Combinatoria – Problemi di ammissione

C1. Sia $n \geq 3$ un intero; n pedine con una faccia nera ed una bianca sono disposte in cerchio e numerate il senso orario. Inizialmente, una mostra la faccia nera e tutte le altre quella bianca. Una mossa consiste nello scegliere un numero k tale che la pedina al posto k mostri la faccia nera, voltare la pedina al posto $k+1$ e spostare quella al posto k nel posto $k+2$ retrocedendo di un posto le pedine ai posti $k+2$ e $k+1$ (senza voltarle).

Dimostrare che per qualunque sottoinsieme $S \subseteq \{1, 2, \ldots, n\}$ con un numero finito di mosse si può fare in modo che le pedine nere siano esattamente quelle di posto appartenente a S.

C2. Ci sono k scatole numerate da 1 a k, ciascuna contenente n_i palle ($i = 1, \ldots, k$) e viene fissato un numero naturale $h \geq 2$. È lecito

(a) togliere da tutte le scatole uno stesso numero di palle, oppure

(b) scegliere una scatola e moltiplicare per h il numero di palle in essa contenute.

Determinare, a seconda del valore di h e degli n_i, quando è possibile vuotare tutte le scatole usando solo mosse di questi due tipi.

C3. Le diagonali e i lati di un n-agono sono colorati usando (al più) n colori. Per quali n è possibile, colorando opportunamente, che per ogni insieme di tre colori esista un qualche triangolo colorato con quei tre colori?