

COPERNICUS MATH RACE - GENNAIO 2010

1. per ogni problema occorre indicare sul cartellino delle risposte un numero compreso tra 0000 e 9999
2. se la quantità richiesta è un numero decimale, va indicata la sua parte intera (es. 11,22 andrà scritto 0011)
3. se la quantità richiesta è un numero maggiore di 9999 o se la soluzione non è univocamente determinabile, si indicherà 9999
4. se la quantità richiesta è un numero negativo, si indicherà 0000

1) Quanti diversi quadrati posso formare, usando solo rettangoli di dimensioni 4×3 ?

2) Calcolare la probabilità che, lanciando due volte un dado, la somma dei punteggi ottenuti sia un quadrato perfetto. (Dare come risultato la somma tra numeratore e denominatore)

3) Determinare la cifra delle unità dell'espressione $2^{2^1} + 2^{2^2} + 2^{2^3} + \dots + 2^{2^{2010}}$.

4) Determinare il più grande numero minore di 10000, che non sia divisibile per i primi 20 numeri naturali (escluso 1) e che non sia primo.

5) Il Prof. Rocco La Salsa l'anno prossimo avrà un'età, per certi versi, importante. Sapendo che quest'anno ha $\lfloor \frac{\sqrt{11} + \sqrt{10}}{\sqrt{11} - \sqrt{10}} \rfloor$ anni, quanti ne compirà? (Vi ricordo che $\lfloor x \rfloor$ indica la parte intera di $x \rightarrow \lfloor 3,45678264732788 \rfloor = 3$)

6) Si consideri un quadrato $ABCD$ di lato $16m$. Su due lati consecutivi AB e BC si costruiscano, esternamente rispetto al quadrato, i due triangoli equilateri ABE e BCF . Quanto vale l'area del triangolo BEF in m^2 ?

7) Cinque matatleti sono stanchi dopo una gara e vanno a casa di Giulia a riposarsi e godersi la serata (oltre che a svuotarle il frigo). Prima di arrivare a casa, Giulia chiede ai suoi amici di decidere la disposizione sul divano, per evitare discussioni una volta arrivati; dice che il divano è a 3 posti e che quindi 2 persone dovranno sedersi su altri compagni più pesanti, ma senza formare torri da 3 persone (si sa che ogni persona ha un peso differente rispetto a tutti gli altri). Arrivati a casa, però, si scopre che in giornata è arrivato il divano nuovo, a 4 posti; i 5 sono dunque costretti a scegliere un'altra disposizione, basandosi sul metodo usato in precedenza. Quante disposizioni hanno studiato i 5 durante tutta la giornata (senza, ovviamente, contare quelle studiate nei problemi di combinatoria svolti durante la gara)?

8) Due umani chiedono a 'Deep Thought' la risposta alla domanda definitiva sulla Vita, l'Universo e Tutto Quanto. Dopo molto tempo l'ente risponde: 'La risposta è semplice. E' il massimo numero, doppio di una cosa che voi chiamate triangolare, formato da due cifre, tale che non sia divisibile per 5 e che sia divisibile per la somma e la differenza delle cifre che lo compongono (decine-unità).' Qual è?

9) Una terna magica è una terna di numeri naturali consecutivi tali che quello centrale sia uguale alla somma delle cifre degli altri due (es. $21, 22, 23 \rightarrow 22 = 2 + 1 + 2 + 3$). Quanto vale la somma di tutti i NUMERI (NON le CIFRE) che compongono le terne?

10) Un trapezio rettangolo è circoscrivibile ad una circonferenza di raggio 250. La base minore del trapezio vale 300. Quant'è lungo il lato obliquo?

- 11) Le magliette dei giocatori di una squadra di calcetto sono numerate da 1 a 11. Qual è la probabilità che, scegliendo a caso 6 giocatori, la somma dei numeri delle loro magliette sia dispari? (Dare come risultato la somma tra numeratore e denominatore)
- 12) Ho due barche da gara; la prima ha 2 posti per i rematori sinistri, 2 per i destri, 1 per il timoniere. La seconda, invece, ha 1 posto per il rematore sinistro, 1 per il destro e 1 per il timoniere. La mia squadra è formata da 4 rematori sinistri, 4 destri e 4 timonieri. In ogni gara schiero entrambe le imbarcazioni, in quanti modi lo posso fare? (Attenzione: nella barca 1, mettere Aldo davanti a Biagio non è la stessa cosa che fare il contrario!)
- 13) Facendo ruotare un triangolo rettangolo attorno ad uno dei suoi cateti, il volume del cono generato è 800π . Facendo ruotare il triangolo intorno all'altro cateto, invece, il volume del cono ottenuto è 1920π . Calcolare la misura dell'ipotenusa.
- 14) Un numero è detto altamente composto quando ha più divisori di tutti i numeri che lo precedono. Qual è il più alto 'altamente composto' minore di 30?
- 15) Data $f(n+1) = f(n) + n$, valida per $n > 1$, tale che $f(1) = 1$, quanto vale $f(113)$?
- 16) Qual è la probabilità di avere un full (tris+coppia) alla prima mano di una partita a poker, senza cambiare carte (usando un mazzo intero di carte francesi)? (Dare come risultato la somma tra numeratore e denominatore)
- 17) Nel mio prato ho 4 arnie di api poste ai vertici di un quadrato di lato $10m$. Ho scoperto che le api di ciascuna arnia raccolgono il nettare fino a $10m$ di distanza dalla loro arnia. Qual è la superficie totale (in m^2) di prato utilizzata dalle api ?
- 18) Un numero si dice perfetto quando è uguale alla somma dei suoi divisori positivi (eccetto il numero stesso). Qual è la somma di tutti i numeri perfetti compresi tra 0 e 50 ?

19-ESERCIZIO DIMOSTRATIVO

Determinare tutti i numeri di 3 cifre che siano uguali a 34 volte la somma delle loro cifre.

NOME:

COGNOME:

SQUADRA:

20-ESERCIZIO DIMOSTRATIVO

Dato un pentagono inscritto in una circonferenza, tale che ogni sua diagonale sia parallela ad uno dei suoi lati, si dimostri che esso è regolare.

NOME:

COGNOME:

SQUADRA:

21-ESERCIZIO DIMOSTRATIVO

Quante sono le coppie (a, b) di numeri triangolari che hanno differenza 15? (Ricordo che un triangolare è un numero nella forma $\frac{n(n+1)}{2}$)

NOME:

COGNOME:

SQUADRA:

22-ESERCIZIO DIMOSTRATIVO

Data l'espressione 7^{2010} nella sua scrittura decimale, si tolga la sua prima cifra e la si sommi al numero ottenuto; ripetendo questa operazione si otterrà, dopo molti passaggi, un numero composto da 10 cifre. Dimostra che almeno due cifre di questo numero sono uguali.

NOME:

COGNOME:

SQUADRA: