Geometria – Problemi di Ammissione

1. Sia $ABCD$ un parallelogramma e A_1, C_1 punti sui lati AB e BC rispettivamente. Le rette AC_1 e CA_1 si incontrano in P. Si assuma che i circocerchi dei triangoli AA_1P e CC_1P si intersechino in un secondo punto Q all'interno del triangolo ACD.
   Mostrare che $\angle PDA = \angle QBA$.

2. Sia ABC un triangolo acutangolo non isoscele con altezze AD, BE, CF e con ortocentro H. Sia Ω la circonferenza di diametro AD e siano $M = DE \cap \Omega$, $N = DF \cap \Omega$. Sia P la proiezione di N su AB e Q la proiezione di M su AC.

   a) Dimostrare che EF tange la circoscritta del triangolo APQ.
   b) Si denoti con T il suddetto punto di tangenza. Sia $K = DT \cap MN$ e $R = EF \cap MN$. Sia L il simmetrico di A rispetto MN.
      Dimostrare che $DLKR$ è ciclico.

3. Sia I l'incentro di un triangolo ABC. La retta perpendicolare ad AI passante per I interseca AB e AC in B' e C' rispettivamente. Siano B'' e C'' punti sulle semirette BC e CB tali che $BB'' = BA$ e $CC'' = CA$. Sia T la seconda intersezione delle circonferenze circoscritte ai triangoli $AB'B''$ e $AC'C''$.
   Dimostrare che il circocentro del triangolo AIT giace su BC.