Geometria – Problemi di Ammissione

1. Sia ABC un triangolo con incentro I e circonferenza circoscritta Γ. Siano D, E i punti di tangenza della circonferenza inscritta ad ABC con AB, AC rispettivamente. Sia P la seconda intersezione della circonferenza circoscritta al triangolo BEI con Γ e sia Q la seconda intersezione della circonferenza circoscritta al triangolo CDI con Γ.

   Dimostrare che $DEPQ$ è ciclico.

2. Sia ABC un triangolo, e siano L, K due punti su BC tali che $BL = CK$ e B, L, K, C siano allineati in quest'ordine. La circonferenza circoscritta al triangolo ALK interseca i lati AB, AC in E, F.

   Sia T l'intersezione delle rette EL e FK. Sia M il punto medio di BC, X l'intersezione di EL con la retta parallela ad AB per M e sia Y l'intersezione di FK con la retta parallela ad AC per M.

   Dimostrare che le circonferenze circoscritte ai triangoli TXY e ALK sono tangenti.

3. Sia ABC un triangolo acutangolo tale che $AB = AC$. Siano M, L, N i punti medi dei segmenti BC, AM, AC, rispettivamente. La circonferenza γ circoscritta al triangolo AMC interseca AB in $P(\neq A)$ e BL in Q. Sia O il circocentro del triangolo BQC. Siano X l'intersezione di AC e PQ, Y l'intersezione di OB e LN, Z l'intersezione di BQ e CO.

   Dimostrare che i punti X, Y, Z sono allineati.