Combinatoria – Problemi di ammissione

C1. Il dipartimento di matematica consta di diecimila stanze quadrate, grandi uguali, disposte a formare un quadrato, i cui lati, lunghi quanto cento stanze, sono allineati coi punti cardinali. Alcuni dei muri fra le stanze hanno una porta che si può attraversare, ma dal dipartimento non c'è uscita. Per ogni coppia di stanze esiste un percorso che le congiunge. Alcuni stagisti si sono persi nel dipartimento; mediante un walkie-talkie, L può dire loro di spostarsi nella stanza accanto in una delle quattro direzioni cardinali. Ad ogni istruzione di L, ciascuno stagista si muove nella direzione indicata se vi è una porta che lo permetta, altrimenti rimane fermo. L conosce la mappa del dipartimento, ma non può in nessun momento conoscere la posizione degli stagisti, a meno che essi non siano tutti insieme. Dimostrare che egli può portare tutti gli stagisti in una stessa stanza (e così poi andare a recuperarli).

C2. Sia $n \geq 2$ un intero. Trovare il minimo m intero tale che, comunque dati n punti nel piano a tre a tre non allineati, esistono m rette non passanti per alcuno dei punti tali che, presi comunque due punti $X \neq Y$, almeno una retta interseca il segmento XY.

C3. Alberto e Barbara giocano al seguente gioco. A turno, cominciando da Alberto, colorano una casella di una scacchiera 2017×2017. Una casella non può essere colorata se ce ne sono già due colorate sulla sua riga o colonna (e non si può in ogni caso colorare una casella due volte). Perde chi non può più muovere. Determinare quale dei due giocatori ha una strategia vincente.