

Geometria – Problemi di ammissione

1. Sia ABC un triangolo acutangolo scaleno e sia Γ la sua circonferenza circoscritta e sia N il centro della sua circonferenza di Feuerbach.

Dimostrare che le rette tangenti a Γ in B e in C concorrono con AN se e solo se $\angle BAC = \frac{\pi}{4}$.

2. Due circonferenze ω_1 e ω_2 di centri O_1 e O_2 sono tangenti esternamente in un punto D ed entrambe sono tangenti internamente in due punti E e F ad una terza circonferenza ω . Sia t la tangente comune a ω_1 e ω_2 in D e AB il diametro di ω perpendicolare a t , in modo che A , E e O_1 giacciono dalla stessa parte rispetto a t .

Mostrare che le rette AO_1 , BO_2 , EF e t sono concorrenti.

3. Sia $ABCD$ un quadrilatero tale che $\angle BAD + 2\angle BCD = 180^\circ$. Sia E l'intersezione di BD con la bisettrice interna dell'angolo $\angle BAD$. L'asse di AE interseca CB e CD in X e Y rispettivamente.

Mostrare che $ACXY$ è ciclico.