# Combinatoria – Problemi di ammissione

C1. Alberto e Barbara giocano al seguente gioco. Inizialmente sul tavolo ci sono $n \geq 1$ pile contenenti $p_1, \ldots, p_n$ gettoni dove i $p_i$ sono interi positivi tutti distinti. Una mossa consiste nello scegliere una pila $i$ e interi non negativi $a_1, \ldots, a_n$ in modo che

- $\sum_{j=1}^{n} a_j \leq p_i$,
- $a_i > 0$,
- se $p_j = 0$, anche $a_j = 0$,

quindi togliere $\sum_{j=1}^{n} a_j$ gettoni dalla pila $i$ e aggiungere $a_j$ gettoni alla pila $j$, per tutti i $j \neq i$. Inizia Alberto e vince chi toglie l'ultimo gettone. Chi ha una strategia vincente?

C2. Siano $A = \{1, \ldots, 2016\}$, $B = \{1, \ldots, 5\}$ e $P(A)$ l'insieme delle parti di $S$. Definiamo

$$C = \{f : P(A) \to B \text{ tali che } f(A_1 \cap A_2) = \min\{f(A_1), f(A_2)\}\}.$$

Calcolare la cardinalità di $C$.

C3. In una nazione ci sono 2016 città. Possiamo stilare 4 graduatorie $A_1, A_2, A_3, A_4$, ciascuna delle quali ordina totalmente tutte le città di questa nazione. Ciascun turista che arriverà sceglierà una graduatoria $A_i$ e una città $c$ e visiterà tutte le città che, secondo $A_i$, sono migliori di $c$, decidendo eventualmente se andare anche in $c$. Alla fine desideremmo che, comunque vengano prese due città $c$ e $c'$, l'insieme dei turisti che avranno visitato $c$ sia diverso dall'insieme di quelli che avranno visitato $c'$. Qual è il minimo numero $k$ di turisti per cui esistono graduatorie e scelte dei turisti che realizzano tale situazione?