

PROBLEMI DI AMMISSIONE AL WC 2017

Teoria dei Numeri

1. Sia k un intero positivo, e, per ogni intero positivo n , denotiamo con $s(n)$ la somma delle cifre decimali di n . Sia A_k l'insieme dei numeri n che hanno esattamente k cifre decimali e tali che $s(n) < s(2n)$. Sia B_k l'insieme dei numeri n che hanno esattamente k cifre decimali e tali che $s(n) > s(2n)$. Dimostrare che A_k e B_k hanno lo stesso numero di elementi.

2. Determinare tutte le coppie di numeri primi (p, q) che soddisfano l'equazione

$$p^3 - q^3 = pq^3 - 1.$$

3. Sia n un intero positivo maggiore di 1. Dimostrare che esiste un intero m maggiore di n^n tale che

$$\frac{n^m - m^n}{n + m}$$

è un intero positivo.