

Allenamenti EGMO 2016 – 1

Esercizio 1. Mostrare che se un polinomio $p(x)$ a coefficienti interi è primo per ogni x intero, allora è costante.

Esercizio 2. Sia X un insieme finito e sia $f : X \rightarrow X$ una funzione senza punti fissi. Dimostrare che posso colorare con 3 colori gli elementi di X in modo che x ed $f(x)$ hanno colori diversi per ogni $x \in X$.

Esercizio 3. Due circonferenze sono tangenti internamente in un punto T . Sia AB una corda della circonferenza grande tangente alla circonferenza piccola in un punto P . Dimostrare che la retta TP è la bisettrice dell'angolo \widehat{ATB} .

Esercizio 4. Determinare tutti gli interi positivi n per cui $n^4 + 4$ è un primo.