

## Allenamenti EGMO 2016 – 1

**Esercizio 1.** Mostrare che se un polinomio  $p(x)$  a coefficienti interi è primo per ogni  $x$  intero, allora è costante.

**Esercizio 2.** Sia  $X$  un insieme finito e sia  $f : X \rightarrow X$  una funzione senza punti fissi. Dimostrare che posso colorare con 3 colori gli elementi di  $X$  in modo che  $x$  ed  $f(x)$  hanno colori diversi per ogni  $x \in X$ .

**Esercizio 3.** Due circonferenze sono tangenti internamente in un punto  $T$ . Sia  $AB$  una corda della circonferenza grande tangente alla circonferenza piccola in un punto  $P$ . Dimostrare che la retta  $TP$  è la bisettrice dell'angolo  $\widehat{ATB}$ .

**Esercizio 4.** Determinare tutti gli interi positivi  $n$  per cui  $n^4 + 4$  è un primo.